ENSEÑAR MATEMÁTICA EN EL PRIMER CICLO

Enseñar Matemática en el Primer Ciclo

Palabras previas

Quienes enseñamos necesitamos revisar permanentemente qué hacemos y para qué lo realizamos. Sabemos, por una parte, que cada una de nuestras experiencias tiene características singulares e irrepetibles; así, cada año, un nuevo grupo de alumnos nos plantea un desafío renovado. Por otra parte, los conocimientos que enseñamos y nuestras estrategias de enseñanza también se modifican; y son, además, cajas de resonancia de múltiples transformaciones y necesidades que tienen lugar en la sociedad, en sentido amplio y, en particular, en los campos de saber.

Por eso, en estas páginas, volvemos sobre ciertos aspectos de la tarea de enseñar que seguramente no son nuevos, pero sí centrales para promover mejores aprendizajes.

Preguntarse qué significa aprender Matemática; qué se entiende por enseñar mediante la resolución de problemas y qué se concibe como problema; analizar cómo influye la gestión de la clase en el tipo de aprendizaje que logren los alumnos; estar actualizado respecto de algunos avances de las investigaciones didácticas; todo ello puede ayudarnos a realizar una relectura de las prácticas habituales, encontrar nuevos sentidos para lo que hacemos y reinventar así nuestras propuestas.

Pensar la actividad matemática en la ciencia y en la escuela

El conocimiento matemático, como ocurre con otros conocimientos y con las producciones culturales en general, ha ido generándose y transformándose en diferentes momentos históricos, en diálogo permanente con problemas que tienen lugar en los distintos entornos sociales y culturales.

Cuando alguien quiere estudiar una determinada situación o interactuar con ella, se formula preguntas. Estas podrían referirse a las relaciones entre ciertas cantidades –como las distancias recorridas y los tiempos empleados en hacerlo–, a las regularidades de una colección de formas o a la búsqueda de los números que cumplan un condición dada. Para responder a estas preguntas –que pueden referirse tanto al mundo natural y social como a la misma matemática– se utilizan **modelos matemáticos** conocidos o se construyen nuevos. Ejemplos de modelos son: las operaciones con números naturales, las propiedades que caracterizan a los cuadriláteros o una ecuación que determine un conjunto de números. En algunos casos, se aplican reglas conocidas; en otros, se elaboran conjeturas y se producen nuevas reglas para comprobarlas. En todos, las conclusiones que se elaboran se interpretan para determinar si responden o no a las preguntas planteadas inicialmente. También forma parte de este proceso mejorar la eficacia de los modelos que se crean y de las formas de comunicar los descubrimientos, como también establecer relaciones entre lo nuevo y lo que ya se conoce.

El proceso de construcción y las conclusiones resultantes tienen rasgos específicos: un modo particular de pensar y proceder, y conocimientos con características particulares. Estos conocimientos permiten **anticipar** el resultado de algunas acciones sin realizarlas efectivamente; por ejemplo, si se ponen en una bolsa vacía 4 chapitas y luego 3 chapitas, es posible asegurar que hay 7 chapitas dentro de la bolsa sumando 4 más 3, sin necesidad de contar las unidades. Por otra parte, los resultados se consideran **necesariamente verdaderos** si, para obtenerlos, se han respetado reglas matemáticas. Por ejemplo, sabiendo que $4 + 3 = 7$, podemos asegurar que $4 + 4 = 8$ sin hacer la cuenta, pues al comparar las sumas, como el segundo sumando tiene una unidad más, el resultado tendrá una unidad más.

A la vez, la obtención de nuevos resultados conlleva la necesidad de crear un lenguaje para comunicarlos. Los números, las figuras y las relaciones tienen **representaciones** cuyo uso se conviene entre los matemáticos. De esta manera, la actividad matemática en la ciencia está muy fuertemente ligada a la resolución de problemas y a un modo particular de razonar y comunicar los resultados.

Esta forma de trabajar en Matemática debería ser también la que caracterice la actividad en el aula desde los inicios de la escolaridad. Se trata de que los alumnos **entren en el juego matemático**, es decir, que se ocupen de producir conocimientos nuevos (para ellos) frente a los problemas que se les planteen, y que debatan para validarlos o no como respuestas a las preguntas formuladas. Luego, con la intervención del maestro, los reconocerán como conocimientos que forman parte de la matemática. Así, en la escuela, los niños deberían ser introducidos en la cultura matemática, es decir, en las formas de trabajar "matemáticamente".

Desde esta perspectiva, entendemos que **saber matemática** requiere dominar los conocimientos de esta disciplina para utilizarlos como instrumentos en la resolución de problemas, y también para definirlos y reconocerlos como objetos de una cultura.

Reconsiderar el sentido de la matemática en la escuela

La concepción que cada persona se va formando de la matemática depende del modo en que va conociendo y usando los conocimientos matemáticos. En este proceso, la escuela tiene un rol fundamental, ya que es allí donde se enseña y se aprende de un modo sistemático a usar la matemática. El tipo de trabajo que se realice en la escuela influirá fuertemente en la relación que cada persona construya con esta ciencia, lo que incluye el hecho de sentirse o no capaz de aprenderla.

Cuando la enseñanza de la matemática, en lugar de plantearse como la **introducción a la cultura de una disciplina científica**, se presenta como el dominio de una técnica, la actividad matemática en el aula se limita a reconocer, luego de las correspondientes explicaciones del maestro, qué definición usar, qué regla hay que aplicar o qué operación "hay que hacer" en cada tipo de problema. Se aprende qué hacer, pero no para qué hacerlo, ni en qué circunstancia hacer cada cosa.

La enseñanza que apunta al dominio de una técnica ha derivado en dificultades que ya conocemos: por una parte, aunque permite que algunos alumnos logren cierto nivel de "éxito" cuando el aprendizaje se evalúa en términos de respuestas correctas para problemas tipo, deja afuera a muchos alumnos que no se sienten capaces de aprender matemática de este modo. Por otra, lo así aprendido se demuestra claramente insuficiente en el momento en que se trata de usar los conocimientos para resolver situaciones diferentes de aquellas en las que se aprendieron.

Otras veces, la actividad en el aula incluye la resolución de problemas diversos, y se pasa de uno a otro y a otro sin un trabajo reflexivo que vuelva sobre lo realizado. Trabajar sólo resolviendo problemas, sin explicar o fundamentar "matemáticamente", también es insuficiente. Quienes trabajan de este modo, sin duda, no aprenden lo mismo que quienes, tras resolver esos mismos problemas, deben luego explicitar los procedimientos realizados y analizar las diferentes producciones o, a partir de los cuestionamientos de otros compañeros, argumentar sobre su propio punto de vista o dar razones sobre sus objeciones.

El trabajo que implica volver sobre lo realizado exige siempre una explicitación, un reconocimiento y una sistematización del conocimiento implicado en la resolución de los problemas, las formas de obtenerlo y validarlo. Sin este proceso, los conocimientos matemáticos aprendidos en la escuela –las nociones y formas de trabajar en matemática– no tendrán a futuro las mismas posibilidades de reutilización.

En síntesis, "cómo" se hace matemática en el aula define al mismo tiempo "qué" matemática se hace, y "para qué" y "para quiénes" se la enseña, lo que plantea una disyuntiva central en relación con la construcción de las condiciones que posibilitan el acceso a la matemática de unos pocos o de todos.

Priorizar un tipo de trabajo matemático

Resulta pues vital que prioricemos en la escuela, desde el momento en que los niños se inician en el estudio de la matemática, la **construcción del sentido** de los conocimientos por medio de la resolución de problemas y de la reflexión sobre estos, para promover así un modo particular de trabajo matemático que esté al alcance de todos los alumnos y que suponga para cada uno:

- Involucrarse en la resolución del problema presentado vinculando lo que quiere resolver con lo que ya sabe y plantearse nuevas preguntas.
- Elaborar estrategias propias y compararlas con las de sus compañeros considerando que los procedimientos incorrectos o las exploraciones que no los llevan al resultado esperado son instancias ineludibles y necesarias para el aprendizaje.
- Discutir sobre la validez de los procedimientos realizados y de los resultados obtenidos.
- Reflexionar para determinar qué procedimientos fueron los más adecuados o útiles para la situación resuelta.
- Establecer relaciones y elaborar formas de representación, discutirlas con los demás, confrontar las interpretaciones sobre ellas y acerca de la notación convencional.
- Elaborar conjeturas, formularlas, comprobarlas mediante el uso de ejemplos o justificarlas utilizando contraejemplos o propiedades conocidas.
- Reconocer los nuevos conocimientos y relacionarlos con los ya sabidos.
- Interpretar la información presentada de distintos modos, y pasar de una forma de representación a otra según su adecuación a la situación que se quiere resolver.

Elegir los problemas

Estamos afirmando que el sentido de los conocimientos matemáticos se construye al resolver problemas y reflexionar sobre ellos. Esto nos plantea, en principio, algunos interrogantes centrales: ¿qué problemas presentamos?, ¿cómo conviene seleccionar el repertorio de actividades para un determinado contenido y un grupo particular de alumnos?

Cuando el conjunto de problemas elegidos para tratar en clase una noción matemática no es suficientemente representativo de la diversidad posible a abordar en el año escolar correspondiente, es probable que los alumnos sólo puedan utilizarla en contextos limitados, haciendo uso de representaciones estereotipadas y en situaciones muy similares a las que estudiaron en la escuela.

Es por ello que decimos que, al elegir o construir problemas para enseñar una noción con el propósito de que los alumnos construyan su sentido, debemos tener en cuenta una diversidad de contextos, significados y representaciones.

Asimismo, habrá que considerar distintas relaciones posibles entre datos e incógnitas, para no fomentar una idea estereotipada de problema y cuidar que, para ese conjunto de problemas, la noción que se quiere enseñar sea la "herramienta matemática" más eficaz que permite resolverlos.

Consideramos que cada actividad constituye un **problema matemático** para un alumno en la medida en que involucra un enigma, un desafío a sus conocimientos matemáticos, es decir, si estos le permiten iniciar la resolución del problema y, para hacerlo, elabora un cierto procedimiento y pone en juego las nociones que tiene disponibles, modificándolas y estableciendo nuevas relaciones.

En este sentido, la actividad que puede resultar problemática para un alumno no lo es necesariamente para otro, dependiendo de los conocimientos de que dispone. Así, para atender la heterogeneidad en cada grupo de alumnos respecto de sus conocimientos iniciales y dar a todos la posibilidad de construir una solución, es necesario plantear buenas preguntas, admitir diferentes procedimientos para responderlas y, luego, discutir sobre ellos.

Por ejemplo, si en un grupo de alumnos de 2º año/grado se trata de avanzar hacia el cálculo de multiplicaciones de números de 2 cifras por números de 1 cifra –habiendo resuelto ya problemas donde se multiplicaron dígitos entre sí y dígitos por 10–, se les puede preguntar cuántas baldosas hacen falta para armar un friso de 25 baldosas de largo y 4 de ancho. Algunos sumarán 4 veces 25; otros podrían sumar 4 + 25; otros pensarán que 2 frisos de 25 son 50 y sumarán 50 + 50; otros multiplicarán y sumarán 10 x 4 + 10 x 4 + 5 x 4; mientras que otros podrían hacer un dibujo con las filas y columnas de baldosas como apoyo para cualquiera de los procedimientos anteriores o para contarlas. El docente tendrá luego que plantear nuevas preguntas que pongan en evidencia que algunos de los procedimientos utilizados son ineficientes, costosos o inadecuados. Así, si en el ejemplo se quiere en una segunda instancia que los procedimientos de conteo y suma de sumandos iguales sean dejados de lado para avanzar hacia 25 x 4, se puede modificar la consigna pidiendo que la resuelvan, por ejemplo, realizando cálculos con al menos una multiplicación.

En síntesis, presentar un problema requiere, por una parte, elegir una pregunta adecuada a los conocimientos del grupo de alumnos y abrir su resolución a una variedad de estrategias, confiando en que todos los niños pueden hacerlo de algún modo. Por otra parte, habrá que trabajar con los conocimientos que surjan para avanzar hacia los que se quiere enseñar por medio del planteo de nuevas preguntas.

Los contextos

Se parte de la idea de que una noción matemática cobra sentido a partir del conjunto de problemas en los cuales resulta un instrumento eficaz de resolución. Esos problemas constituyen el o los contextos para presentar la noción a los alumnos. Por ejemplo, el cálculo de puntos en un juego, la construcción de una figura, la elaboración de un procedimiento para realizar un cálculo son contextos posibles para presentar la suma, los rectángulos o la propiedad conmutativa.

Para cada noción es posible considerar diferentes contextos que nos permitan plantear problemas en los que la resolución requiera su uso. Estos contextos podrán ser matemáticos o no, incluyendo entre estos últimos los de la vida cotidiana, los ligados a la información que aparece en los medios de comunicación y los de otras disciplinas.

Por ejemplo, la noción de multiplicación es frecuentemente introducida por medio de la resolución de problemas en los que una misma cantidad se repite un cierto número de veces, como cuando se pregunta por el precio total de varios artículos del mismo precio. En este caso, se trata de un **contexto no matemático** de la vida cotidiana. También habrá que plantear por qué para calcular 3 + 3 + 3 + 3 es posible realizar una multiplicación, pero no se puede para 3 + 4 + 5. En este caso se trata de un **contexto matemático**.

En ambos planteos, la multiplicación es el instrumento que resuelve el problema: la noción está contextualizada y "funciona" en esos casos particulares. En este sentido, al producir la solución, el alumno sabe que en ella hay conocimiento matemático, aunque no logre identificar cuál es. Para que pueda reconocerlo, tendremos que intervenir nombrando las nociones del modo en que se usan en la disciplina y reformulando las conclusiones alcanzadas por el grupo con representaciones lo más próximas posibles a las convencionales, es decir, reconociendo como conocimiento matemático el que se usó como instrumento de resolución, ahora independientemente del contexto.

Al presentar cada noción en diferentes contextos, y descontextualizarla cada vez, se amplía el campo de problemas que los alumnos pueden resolver con ella. De este modo, los chicos avanzan en la construcción de su sentido.

En todos los casos, los contextos tendrán que ser **significativos** para los alumnos, es decir que implicarán un desafío que puedan resolver en el marco de sus posibilidades cognitivas y sus experiencias sociales y culturales previas. Asimismo, los conocimientos involucrados en el problema deberán cobrar interés para ellos y ser coherentes desde el punto de vista disciplinar.

Al interactuar en su vida social, los niños aprenden las prácticas habituales de cada comunidad y construyen saberes, algunos de los cuales están ligados a la matemática. Son estos saberes los que debemos recuperar en la escuela para vincularlos con los conocimientos que deben aprender, ya sea para reconocerlos como parte de ellos y sistematizarlos, como para utilizarlos en nuevos contextos. De este modo, es esperable que los alumnos puedan incorporar en su vida cotidiana nuevas prácticas superadoras y valorar el aporte brindado por la escuela para su adquisición.

Los resultados de investigaciones realizadas sobre el uso de conocimientos matemáticos en situaciones de la vida cotidiana, como al hacer compras de alimentos, dan cuenta de los múltiples factores que determinan las decisiones que tomamos acerca de "cuánto" compramos y muestran que a veces no utilizamos conocimientos matemáticos. Por ejemplo, tenemos en cuenta las preferencias o necesidades de los integrantes de la familia y no sólo la relación precio/cantidad. Al formular ese tipo de problemas con propósitos de enseñanza, seleccionamos algunos datos que intervienen en la situación o contexto real. Así, las relaciones que se establecen entre los datos para encontrar la respuesta están más relacionadas con los conocimientos que se quieren enseñar que con la situación real que da origen al problema.

Al elegir los problemas, también es esencial revisar los enunciados y las preguntas que presentamos, pues muchas veces se incluyen preguntas que carecen de sentido en sí mismas, pues no aluden a problemas reales o verosímiles. Por ejemplo, si en un enunciado se habla de la suma de las edades de dos hermanos o de la cantidad de hormigas de dos hormigueros, cabe preguntarse quién puede necesitar estos valores y para qué.

Un contexto muy utilizado en la clase de matemática es el de los juegos. El sentido de incluirlo va más allá de la idea de despertar el interés de los alumnos. Jugar permite "entrar en el juego" de la disciplina matemática, pues se eligen arbitrariamente unos puntos de partida y unas reglas que todos los participantes acuerdan y se comprometen a respetar. Luego, se usan estrategias que anticipan el resultado de las acciones, se toman decisiones durante el juego y se realizan acuerdos frente a las discusiones.

No debemos perder de vista que, al utilizar el juego como una actividad de aprendizaje, la finalidad de la actividad para el alumno será ganar, pero nuestro propósito es que aprenda un determinado conocimiento. Por eso, el hecho de jugar no es suficiente para aprender: la actividad tendrá que continuar con un momento de reflexión durante el cual se llegará a conclusiones ligadas a los conocimientos que se utilizaron durante el juego. Luego, convendrá plantear problemas de distinto tipo en los que se vuelvan a usar esos conocimientos: partidas simuladas, nuevas instancias de juego para mejorar las estrategias, tareas a realizar con los conocimientos descontextualizados.

Los significados

Cada noción matemática resuelve un cierto conjunto de problemas; sin embargo, no tiene el mismo significado en todos los casos. Por ejemplo, si trabajamos la suma de números naturales, podemos enunciar dos problemas que se puedan resolver realizando el cálculo 4 + 5. En el problema "En el cumpleaños de Jimena me regalaron 5 caramelos. Yo tenía 4 caramelos guardados, ¿cuántos tengo ahora?", las cantidades son 4 y 5 caramelos, es decir que son del mismo tipo. En cambio en el problema "Para dar premios en un juego, llevamos a la escuela algunas golosinas. Ale llevó 4 caramelos y 5 bombones. ¿Cuántas golosinas llevó?", las cantidades son de dos clases distintas –caramelos y bombones– que, sin embargo, pueden ser reunidos en una sola clase: golosinas.

Además, en ambos problemas, se establecen diferentes relaciones entre las cantidades involucradas. En el primer problema, se trata de un aumento de la cantidad de objetos de una colección inicial –aquí **sumar** significa **agregar**–; mientras que en el segundo, se juntan los elementos de dos colecciones; en este caso, sumar significa **reunir**. En estos ejemplos presentamos sólo dos de los posibles significados de la suma, pero, al variar las relaciones que se pueden establecer entre las cantidades involucradas, es posible considerar otros para esta operación.

Por otra parte, para el mismo significado de una operación es posible plantear problemas en los que varíe el tamaño de los números –de una cifra, dos, etc.– y las magnitudes correspondientes a las cantidades. En este sentido, es importante incluir algunos en los que estas sean discretas, como la cantidad de caramelos, y otros en los que sean continuas, como la longitud o el peso.

Al planificar es importante tener en cuenta que, a lo largo de su recorrido por el Primer Ciclo, los alumnos deben ir trabajando con los diferentes significados de las operaciones básicas, variando también el tamaño de los números y las magnitudes involucradas, lo que supondrá construir un conjunto de problemas de diferentes niveles de complejidad.

Las representaciones

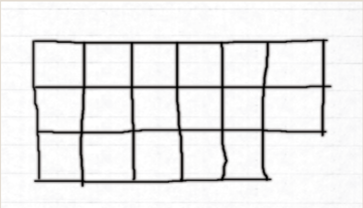
En el conjunto de problemas que seleccionamos también es necesario tener en cuenta las distintas representaciones posibles de la noción que queremos enseñar, ya que la posibilidad de avanzar en la comprensión de una noción implica reconocerla en sus distintas representaciones pudiendo elegir la más conveniente y pasar de una a otra en función del problema a resolver.

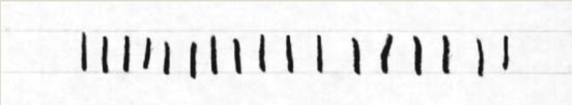
Por ejemplo, para representar una colección cualquiera de diecisiete elementos, es posible escribir, entre otras, las siguientes expresiones:

17   14 + 3   1 x 10 + 7   5 x 3 + 2   XVII

Entre todas las representaciones anteriores, en la escuela se enseña 17 o 14 + 3 desde 1er año/grado; 1 x 10 + 7 o 5 x 3 + 2 desde 2º y, por último, XVII.

En el aula pueden aparecer otras representaciones ligadas con los procedimientos de resolución que realizan los alumnos. Por ejemplo, si los diecisiete elementos se encuentran en el enunciado de un problema que requiere contar objetos que están o no ordenados en forma rectangular –como las baldosas de un patio o una cantidad de figuritas–, podrían aparecer la cuadrícula o los palitos.





En estos casos, las representaciones deberían ser analizadas en el grupo, socializadas para darles un lugar entre los conocimientos construidos en la clase, para que luego el docente pueda incluirlas en las actividades que presente. Asimismo, a las representaciones producidas por los alumnos es posible agregar otras cuyo tratamiento el maestro considere necesario.

Estas representaciones pueden tener sólo un valor local, es decir, particular para ese problema o uno similar. Por ejemplo, dibujar palitos no resulta económico cuando hay que tratar con cantidades grandes ya que es más complejo dibujar y contar muchos elementos.

Otras representaciones, en cambio, pueden evolucionar para adaptarse a nuevos problemas. Por ejemplo, para representar productos de números más grandes se puede dibujar un rectángulo y colocar los números de su ancho y su largo sin necesidad de dibujar las líneas de la cuadrícula.

De ser posible, es preferible que la necesidad de usar otra representación sea descubierta por el propio alumno frente a la insuficiencia de una anterior. El tiempo que aparentemente se "pierde" en este trabajo de hacer evolucionar las representaciones en función de la necesidad de "economía" se gana en significatividad de estas representaciones para el alumno.

Del mismo modo, el uso o no de materiales “concretos” debería ser decidido por el alumno en función de sus necesidades, las que están ligadas al estado de sus conocimientos. Por ejemplo, para trabajar con cantidades en los primeros años/grados, algunos alumnos usarán objetos como palitos de helado o tapitas; otros, marcas sobre papel o los dedos, y otros emplearán números. Poner aquellos a su disposición puede ser parte de la consigna, pero habrá que cuidar que en esta se dé lugar al uso de otros caminos, pues, de lo contrario, no se estará promoviendo la anticipación propia de la actividad matemática, que en este caso implica usar otras formas de representación. Si se ha pedido que todos traigan tapitas de la casa, se pueden ubicar en una caja de material común y plantear que cada uno las busque cuando las necesite. Esto muestra el importante papel que tienen las consignas, dado que sintetizan las condiciones para la resolución del problema.

Al plantear los problemas, deberemos promover que la representación que cada alumno utilice sea una forma de expresar lo que está pensando, y que el debate posterior a las producciones sobre la pertinencia y economía de estas permita su evolución hacia las representaciones convencionales.

Cuando los chicos van avanzando en su disponibilidad de diferentes formas de representación de una misma noción, será conveniente que sean ellos los que elijan una u otra, en función de la situación que intentan resolver.

Que los alumnos vayan evolucionando desde las formas personales que usan para resolver los problemas hasta las convencionales que se utilizan en Matemática será una tarea a largo plazo.

Las relaciones entre datos e incógnitas

Algunos de los problemas que se presentan y funcionan como contexto para utilizar una noción tienen el propósito de trabajar lo que denominamos **tratamiento de la información.** En estos casos, lo que se pone en juego es la relación entre los datos y las incógnitas.

Muchas veces detectamos que los alumnos intentan resolver el problema que les presentamos sin pensar el enunciado, buscando sólo qué operación deben realizar para solucionarlo. Esa forma de enfrentarse al problema está fomentada por muchos enunciados que forman parte de la tradición escolar y por el tratamiento que se les da en clase. Suelen aparecer todos los datos necesarios para responder la pregunta que se hace y esta se refiere al resultado de una operación entre ellos. Asimismo, el maestro que ya enseñó los cálculos propone a los alumnos que identifiquen “la” operación y espera que resuelvan el problema sin dificultad.

Una manera de modificar esta cuestión es generar en los chicos la necesidad de leer e interpretar el enunciado del problema y, por lo tanto, de construir una representación mental de la situación que les permita encontrar algún procedimiento de resolución. Para ello, será necesario variar tanto la forma de presentación del enunciado como el tipo de tarea que el alumno debe realizar.

Los enunciados pueden ser breves relatos, tener datos “de más” e incluir imágenes. Las preguntas también serán variadas: algunas no se podrán contestar, otras se contestarán con un dato y sin operar, y otras requerirán hacer una operación, pero la respuesta podrá ser una información diferente del resultado de la operación. También los alumnos podrán proponer problemas, para lo cual se puede dar información y pedir que formulen preguntas o presentar datos y respuestas para elaborar una pregunta que los relacione. A la vez, tendremos que organizar la clase de modo que cada alumno pueda interpretar el problema y tomar una primera decisión autónoma a propósito de su resolución.

Construir condiciones para resolver problemas

Para que cada alumno se involucre en el juego matemático, además de elegir un problema desafiante pero adecuado para sus conocimientos, y en el que la noción a enseñar sea un instrumento eficaz de resolución, es necesario tener en cuenta el siguiente conjunto de condiciones: los materiales necesarios, las interacciones derivadas de la forma de organizar la clase y nuestras intervenciones durante su transcurso.

Cuidar estas condiciones, anticiparlas al planificar la clase, es, en realidad, uno de nuestros grandes desafíos como maestros.

Las situaciones de enseñanza

En algunas ocasiones, la tarea que se propone al alumno puede presentarse sólo mediante el enunciado de un problema, o con una pregunta para un conjunto bien elegido de cálculos, o con un interrogante que deba ser respondido a partir de una información publicada en el diario o en la publicidad de una revista. En otras ocasiones, habrá que proporcionar los instrumentos de geometría para realizar una construcción o los materiales para un juego –sean estos cartas, dados y tablas para anotar puntajes, una pista numerada y fichas para marcar las posiciones, el croquis de un recorrido, etc.–. En todos los casos, una primera condición es asegurarnos de tener disponibles los **materiales** a utilizar.

También habrá que anticipar cuál es el **tipo de interacciones** que queremos que se den para organizar distintos momentos de la clase: las de los alumnos con el maestro, de los alumnos entre sí, y entre cada alumno y el problema. Habrá que proponer, según convenga y de manera no excluyente, momentos de trabajo en forma individual, en pequeños grupos o con toda la clase.

Los niños podrán realizar diferentes tareas. En algunas ocasiones, trabajarán usando los conocimientos matemáticos de manera implícita, sin nombrarlos ni escribirlos, por ejemplo, al medir, construir, decidir cómo jugar o contar. En otras, utilizarán los conocimientos matemáticos de manera explícita: tendrán que describir cómo midieron o contaron, qué instrumentos usaron para construir y qué hicieron en cada paso, o producirán un instructivo para que otro construya una figura o realice un cálculo, explicarán por qué decidieron utilizar un procedimiento u otro, cómo pueden comprobar que un resultado es adecuado. También darán razones para convencer a otro compañero de que los números encontrados o las figuras dibujadas cumplen con las condiciones del problema; tendrán que argumentar sobre si un procedimiento es o no correcto, o en qué casos una afirmación es verdadera.

Al anticipar el desarrollo de la clase y prever las condiciones necesarias para que ocurran las interacciones que nos interesan, diseñamos una **situación problemática** a propósito del conocimiento que queremos enseñar. Esta situación incluye un conjunto de elementos y relaciones que estarán presentes en la clase: el problema, los materiales, una cierta organización del grupo, un desarrollo con momentos para diferentes intercambios. Al planificar, también anticipamos los diferentes procedimientos y las representaciones que podrán usar los alumnos, nuestras preguntas y las conclusiones posibles.

La gestión de la clase

Hemos planteado ya que, para que los alumnos desarrollen el tipo de trabajo matemático que buscamos promover, serán fundamentales las intervenciones del docente durante la clase.

El trabajo de resolución de problemas que se propone en este enfoque genera muchas veces inseguridad. Pensamos ¿cómo voy a presentar este problema si no muestro antes cómo hacerlo?, ¿cómo voy a organizar la clase si cada uno responde de una manera distinta? o ¿cómo voy a corregir si hay distintos procedimientos en los cuadernos?

Respecto de la primera pregunta, para iniciar el aprendizaje de un nuevo conocimiento en el proyecto de cada año escolar, tendremos que **presentar un problema** asegurándonos de que todos hayan comprendido cuál es el desafío que se les propone. Para que cada alumno acepte ocuparse de él, es esencial generar el deseo de resolverlo. Este tipo de intervención, que busca que el alumno se haga cargo de la resolución, es siempre parte del inicio de la clase, pero puede reiterarse en distintos momentos, toda vez que sea necesario y oportuno. Es una invitación para que el chico resuelva por sí solo y no una orientación sobre cómo debe hacerlo.

Para comenzar, los niños lo **resuelven** de manera individual o en pequeños grupos, con diferentes procedimientos, según los conocimientos de los que dispone cada uno. Por ejemplo, en 1er año/grado, cuando aún no se enseñó a sumar, es posible plantear a los niños que averigüen la cantidad de lápices que quedaron en una caja luego de que un alumno puso allí 9 y otro sacó 5, contándolos frente a todos en ambos casos. Los niños podrán recurrir a una variedad de procedimientos para resolver la consigna: algunos usarán los dedos; otros, dibujitos; otros, el material concreto disponible; unos, una tabla con números u otros cálculos.

Luego, habrá que dar lugar a un **intercambio** del que participen todos los alumnos y en el que se vayan explicando las diferentes aproximaciones al conocimiento que se quiere enseñar, y debatir sobre ellas. Al analizar las diferentes soluciones, tendremos que valorizar de igual modo todas las producciones, ya sea que permitan o no arribar a una respuesta al problema planteado.

Al dar lugar a la presentación y explicación de los procedimientos utilizados por los chicos, es necesario animarlos a **dar razones** de lo realizado, a explicar por qué lo hicieron de cierta forma, a argumentar sobre la validez de sus producciones. Esto les permitirá volver sobre lo que han pensado para analizar sus aciertos y errores y controlar, de este modo, el trabajo. Alentarlos a hablar o participar a aquellos que no lo hacen espontáneamente significa trabajar suponiendo que los chicos pueden progresar y no que van a fracasar.

Este trabajo incorpora a los alumnos en el proceso de evaluación en un lugar diferente del habitual, donde quedan a la espera de la palabra del docente que les ratifica de inmediato si lo que hicieron está bien o no. Si han asumido como propia la tarea de resolución, querrán saber si lo producido es o no una respuesta a la pregunta que organizó el quehacer matemático en el aula. Es en el debate que el conjunto de la clase dará por válida o no una respuesta, lo que llevará a la modificación de los procedimientos que conducen a errores.

En un comienzo, las razones que los alumnos den al debatir se apoyarán en ejemplos, comprobaciones con materiales, como contar chapitas, plegar papeles o tomar medidas, entre otros casos, para luego avanzar hacia el uso de propiedades. A la vez, estas últimas se enunciarán con distintos niveles de formalización: por ejemplo, de *“podés hacer 4 + 3 y te da lo mismo que 3 + 4”,* en el Primer Ciclo, a: *“al sumar es posible conmutar”,* en el Segundo Ciclo.

Con la intervención del maestro, se reconocerán y sistematizarán los saberes que se van descubriendo. Esta tarea de establecer relaciones entre las conclusiones de la clase y el conocimiento matemático al que se pretende llegar, introduciendo las reglas y el lenguaje específicos, y entre los conocimientos ya conocidos y los nuevos, es una tarea que está siempre a cargo del maestro y que resulta imprescindible para que los alumnos identifiquen qué han aprendido. Para esto, no tenemos que basarnos en ningún esquema rígido. Esas intervenciones pueden darse en distintos momentos, siempre que sean oportunas; es decir que lleguen después de que los alumnos hayan desplegado sus propios razonamientos.

El camino propuesto no implica diluir la **palabra del maestro.** Cuando los chicos están resolviendo los problemas solos o con su grupo, el maestro podrá pasar cerca de cada uno, atendiendo lo que van haciendo, los términos que usan, lo que escriben, quiénes no participan y quiénes siguen atentamente –aun sin hablar– lo que hacen sus compañeros. De tal modo, el maestro tendrá un registro del conjunto de conocimientos que se despliegan en la clase. Esta información será fundamental para tomar decisiones en el momento del debate: ¿qué grupo conviene que hable primero?, ¿cuáles tienen una respuesta similar? Esto permitirá optimizar el tiempo dedicado a la puesta en común de manera que no resulte tediosa para los alumnos.

El docente tampoco queda al margen del debate de la clase, ya que es él quien lo conduce. A veces, las conclusiones a las que los chicos llegan en conjunto son parcialmente válidas, constituyen una respuesta provisoria a la pregunta planteada. Allí, el maestro podrá decir, por ejemplo: *Por ahora acordamos que resolvemos así; en la próxima clase lo seguiremos viendo.* De esta manera, interviene en el proceso sin anticiparse, pero dejando marcas, planteando alguna contradicción. Así no invalidaremos el trabajo de la "comunidad clase", pero dejaremos instalado que hay alguna cuestión que hay que seguir discutiendo.

En relación con el modo de **organizar la clase** frente a las distintas respuestas y tiempos de trabajo de los niños, consideremos la forma habitual. Los docentes usualmente planteamos situaciones para que sean resueltas por todo el grupo, lo que nos permite valorar, corregir, hacer señalamientos como ayuda, aceptando las intervenciones de los alumnos.

Es cierto que es más fácil llevar adelante el trabajo colectivo sobre un único procedimiento, pero de este modo se corre el riesgo de que sólo un grupo de alumnos participe activamente siguiendo al maestro, mientras otros se quedan al margen de la propuesta; y aunque todos lo siguieran, lo aprendido se limita a una única manera de pensar.

La alternativa que proponemos a la organización habitual de la clase, según nuestros objetivos, será organizar la actividad de distintas maneras: individual, por pares o grupos de más alumnos, y aun con distintos tipos de tareas para cada grupo o dentro del mismo grupo, alentando la movilidad de los roles y estando atentos a la posible configuración de estereotipos que, lamentablemente, algunas veces hacen que la discriminación se exprese en la clase de

Matemática. Tanto los momentos de trabajo individual como los compartidos en grupo aportan al alumno un tipo de interacción diferente con el conocimiento, por lo que ambos deberán estar presentes en la clase.

Muchas veces, cuando estamos a cargo de un **plurigrado**, separamos a los niños según el año/grado que cursan y el tema sobre el que están trabajando, y vamos atendiendo a un grupo por vez. Sin embargo, en ocasiones, convendría agruparlos "entre" años, según los conocimientos disponibles y el criterio de avance compartido, y trabajar con un mismo conocimiento. Aquí, lo importante será variar los significados y/o los contextos de uso, para que cada grupo se enfrente con la complejidad que exigen las diferentes posibilidades de aprendizaje y de intereses.

En la propuesta, el **cuaderno** tiene diferentes funciones: en él, cada chico ensaya procedimientos, escribe conclusiones que coinciden o no con su resolución y, eventualmente, registra sus progresos, por ejemplo, en tablas en las que da cuenta del repertorio de cálculos que ya conoce. De este modo, el cuaderno resulta un registro de la historia del aprendizaje y los docentes podemos recuperar las conclusiones que los alumnos hayan anotado cuando sea necesario para nuevos aprendizajes.

En este sentido, conviene además conversar con los padres que, acostumbrados a otros usos del cuaderno, pueden reclamar o preocuparse al encontrar en él huellas de errores que para nosotros juegan un papel constructivo en el aprendizaje. De todos modos, es recomendable discutir con el equipo de colegas de la escuela cómo se registra en el cuaderno la presencia de una producción que se revisará más adelante.

También el **pizarrón** tiene diferentes funciones. Allí aparecerá todo lo que sea de interés para el grupo completo de la clase, por ejemplo: los procedimientos que queremos que los alumnos comparen, escritos por un representante del grupo que lo elaboró o por el maestro, según lo que parezca más oportuno. Convendrá usar también papeles afiche o de otro tipo para llevar el registro de las conclusiones –como tablas de productos, acuerdos sobre cómo describir una figura, etc.– para que el grupo las pueda consultar cuando sea necesario.

Promover la **diversidad de producciones** es un modo de incluir a todos en el aprendizaje, de generar confianza en las propias posibilidades de aprender y de poner en evidencia la multiplicidad de formas de pensar frente a una misma cuestión, así como la necesidad de acordar cuáles se consideran adecuadas en función de las reglas propias de la matemática.

Es muy importante instalar en la escuela las condiciones necesarias para que los niños sientan que los **errores** y los **aciertos** surgen en función de los conocimientos que circulan en la clase, es decir que pueden ser discutidos y validados con argumentos y explicaciones. Es así como pretendemos que los niños vayan internalizando progresivamente que la matemática es una ciencia cuyos resultados y progresos se obtienen como consecuencia necesaria de la aplicación de ciertas relaciones y del debate entre quienes las plantean, y no como una práctica de la adivinación o del azar o un saber que no sufre transformaciones.

De todos modos, sabemos que seleccionar problemas y secuencias de actividades que puedan ser abordadas por los alumnos de la clase con distintas herramientas, e intervenir convenientemente para que todos puedan avanzar, supone para nosotros una dificultad mucho mayor que la de presentar un problema que la mayoría resuelve de la misma manera. Quizá nos dé un poco de tranquilidad saber que a trabajar en grupo se aprende y que, en el inicio de este aprendizaje, hay que tolerar una cuota de desorganización, hasta que los alumnos incorporen la nueva dinámica.

Una cuestión ligada a la organización de la enseñanza que conviene tener en cuenta es la de articular, en cada unidad de trabajo, algún conjunto de actividades que formen una **secuencia** para desarrollar cierto contenido. El criterio que utilizamos al presentar algunos ejemplos en el apartado "Propuestas para la enseñanza" es que en cada nueva actividad de una misma secuencia se tome como conocimiento de partida el que ha sido sistematizado como conclusión en la anterior.

Otra cuestión también ligada a la elaboración de una unidad de trabajo, y que permite mejorar el **uso del tiempo de clase**, es la articulación de contenidos. Por ejemplo, la "designación oral y representación escrita de números" y "la identificación de regularidades de la serie numérica", expresadas en los NAP de 1er año/grado, pueden abordarse en una misma unidad y aun en una misma secuencia. Por ello, es conveniente tener en cuenta que la presentación de los NAP no indica un orden de enseñanza y que, antes de armar las unidades, es indispensable tener un panorama de la totalidad de la propuesta.

Evaluar para tomar decisiones

En cuanto a los objetivos con que presentamos los problemas, podemos plantear distintas opciones: para introducir un tema nuevo, para que vuelvan a usar un conocimiento con el que trabajaron pero en un contexto distinto o con un significado o representación diferentes, o para recuperar prácticas ya conocidas que les permitan familiarizarse con lo que saben hacer y lo hagan ahora con más seguridad. Pero los problemas son también un tipo de tarea que plantearemos para evaluar.

Sin desconocer que cada maestro tomará decisiones de promoción y acreditación en función de acuerdos institucionales y jurisdiccionales sobre criterios y parámetros, queremos poner énfasis en la idea de que un sentido fundamental de la evaluación es recoger información sobre el **estado de los saberes de los alumnos,** para luego tomar decisiones que permitan orientar las estrategias de enseñanza.

Las producciones de los niños dan cuenta tanto de los resultados derivados de nuestras propias estrategias de enseñanza, como de lo que aprendieron y de sus dificultades.

El modo de trabajo propuesto en estas páginas introductorias permite tomar permanentemente información sobre qué saben los chicos sobre lo que se ha enseñado o se desea enseñar. Los problemas seleccionados para iniciar cada tema pueden funcionar para tener algunos indicios de los conocimientos del grupo y considerarlos en un sentido diagnóstico para terminar de elaborar la unidad didáctica. De este modo, la evaluación diagnóstica, en lugar de focalizarse en el inicio del año, se vincula con la planificación de cada unidad.

Al considerar las producciones de los alumnos, pueden aparecer errores de diferente origen, pero muchas veces los que llamamos “errores” no son tales. Algunos de ellos están vinculados con una distracción circunstancial como copiar mal un número del pizarrón que sólo habrá que aclarar. Otros, en cambio, estarán mostrando una forma de pensar provisoria, por ejemplo, cuando los chicos dicen “al multiplicar siempre se obtiene un número mayor que cada factor”. Esto último no es cierto si se considera el campo de los números racionales, pero sí lo es para un chico del Primer Ciclo que lo piensa desde sus experiencias numéricas vinculadas al campo de los números naturales.

En otros casos, se considera como error que los niños utilicen una representación distinta de la convencional. Por ejemplo, producir procedimientos de cálculo para agregar 4 a 16, y escribir la serie 17, 18, 19, 20, en lugar de 16 + 4 = 20 sería un paso posible para evolucionar del conteo al cálculo y no un error.

Frente a los “errores” descubiertos será necesario: analizarlos, intentar comprender cómo y por qué se producen y plantear actividades de distinto tipo. En el caso de cuestiones presentes en las producciones de muchos alumnos del grupo, habrá que volver sobre la noción involucrada en ese momento, cuestionándolos con ejemplos que contradigan sus ideas. No es evitando los “errores” que se acorta el proceso de aprendizaje, sino tomándolos que se enriquece.

Avanzar año a año en los conocimientos de Primer Ciclo

La mayoría de las nociones matemáticas que se enseñan en la escuela lleva mucho tiempo de elaboración, por lo que es necesario delinear un recorrido precisando el punto de partida y atendiendo al alcance progresivo que debiera tener el tratamiento de las nociones en el aula.

El Eje "Número y Operaciones" incluye como aprendizajes prioritarios, durante el Primer Ciclo, el **uso de los números naturales** en distintas situaciones y el **análisis del valor posicional** de cada cifra en los números.

Para ello, en 1er año/grado se parte de los conocimientos que los niños tienen del recitado de algún tramo de la serie numérica para contar, así como del uso, en algunos contextos, de la numeración escrita y oral en función de cuál es su entorno inmediato y de sus experiencias. Se avanza en el intervalo conocido del recitado, en el uso de la serie oral para el conteo efectivo y en el conocimiento de la serie escrita.

Luego, las propuestas que apuntan a la idea de **valor posicional** se centran en el análisis de regularidades en distintos tramos de la serie numérica y en la producción de escrituras aditivas de los números. En tal sentido, propondremos situaciones que apunten a vincular la serie oral con la escrita, reconociendo el 28 como del grupo de los "veinti…" o del grupo de "los que terminan en 8", y también como 20 + 8, o 20 + 5 + 3, o 10 + 10 + 8. Es esperable que los alumnos se apoyen luego en este tipo de descomposiciones para efectuar sumas y restas de este número con otros.

En 2º y 3er año/grado se continuará el trabajo sobre las regularidades de la serie numérica, utilizando números más grandes, pues los descubrimientos que los alumnos han hecho en 1º para los números del 1 al 100 no los generalizan a otros intervalos mayores de dicha serie, si no se trabaja sobre ellos. En 2º año/grado tendrán que analizar las regularidades en otras centenas (del 100 al 199, del 500 al 599, etc.) y en 3er año/grado, las que corresponden a los miles. En 2º y 3er año/grado también se desarrolla un trabajo vinculado con el pasaje de la descomposición aditiva a la descomposición aditiva y multiplicativa de los números, por ejemplo, para pasar de pensar 456 como 400 + 50 + 6 a pensarlo como 4 x 100 + 5 x 10 + 6 x 1.

Otro aprendizaje prioritario del Eje "Número y Operaciones" es el de las **operaciones básicas**, tanto en relación con los problemas aritméticos que resuelven como con las formas de calcular. En el Primer Ciclo, es esperable que los alumnos exploren los primeros significados de la suma, la resta, la multiplicación y la división de los números naturales y que calculen en forma exacta y aproximada con distintos procedimientos, apoyándose en un repertorio de cálculos memorizados.

En relación con los significados de las operaciones, ya desde 1er año/grado se comienza con problemas de suma relativos a las ideas de agregar y reunir, y con problemas de resta vinculados con las de quitar, perder y retroceder. Si bien en este año/grado podemos iniciar el trabajo con problemas de complemento y diferencia, estos serán abordados con mayor profundidad durante 2º y 3er año/grado.

Respecto de la multiplicación, en 2º año/grado se empieza con problemas sencillos de proporcionalidad –donde se da como dato el valor unitario–; entre ellos, se incluyen aquellos que admiten una organización rectangular de los elementos, es decir, los que pueden ser colocados ordenadamente en filas y columnas. Estos continúan trabajándose en 3º, ampliando la propuesta con problemas de combinatoria que involucren poca cantidad de elementos. Simultáneamente a los problemas de multiplicación, se presentan los de división. A partir de la relación entre ambos tipos de problemas, los niños irán reconociendo en la multiplicación un conocimiento útil para resolver problemas de división. Es esperable que durante 2º año/grado los alumnos logren resolver problemas de reparto por procedimientos de conteo, de reparto uno a uno y/o por sumas o restas sucesivas. En 3er año/grado podrán utilizar, entre otros recursos, el algoritmo de la multiplicación.

En relación con las **formas de calcular**, es importante considerar como inicio del trabajo la utilización de diferentes procedimientos de cálculo en función de los conocimientos disponibles de los alumnos sobre los números involucrados y sobre las operaciones antes de comenzar con los algoritmos convencionales que todos realizamos de la misma manera. Por otra parte, resultará interesante evaluar con los niños la conveniencia de utilizar el cálculo mental, por ejemplo, para 100 + 300, o el uso de algoritmos escritos, en el caso de que estén en juego números como 128 + 46.

Un trabajo reflexivo sobre el cálculo debe incluir tanto actividades de producción y memorización de repertorios y reglas como un trabajo colectivo centrado en la comparación de una variedad de procedimientos utilizados por distintos alumnos frente a un mismo problema.

Cuando se trabajan los repertorios de cálculos memorizados –aditivo, sustractivo, multiplicativo–, se propicia la toma de conciencia individual de cuáles son aquellos disponibles y, a la vez, se proponen actividades tendientes a que todos los alumnos dominen ciertos cálculos.

Asimismo es importante plantear a los alumnos situaciones que les permitan diferenciar en qué ocasiones será suficiente con realizar un cálculo aproximado –en este caso, se recurrirá a la estimación– y en cuáles será necesario una respuesta exacta. En particular, el cálculo aproximado permite anticipar y evaluar la razonabilidad del resultado.

La **construcción de los algoritmos** en 1er año/grado está centrada en el cálculo horizontal de sumas y restas con distintos procedimientos basados en las descomposiciones aditivas. En 2º se continúa con lo iniciado en 1º y se comienza el trabajo con los algoritmos de la suma y de la resta que se retomarán en 3º. También en 2º, los niños podrán resolver multiplicaciones apelando a sumas reiteradas. En 3er año/grado se abordará el algoritmo de la multiplicación y se propiciará el avance de los procedimientos de resolución de problemas de división, sin considerar el algoritmo usual.

Como parte del trabajo numérico, se considera central apuntar a la reflexión sobre **relaciones numéricas**, tanto en series de números como en cálculos, analizando semejanzas y diferencias y pudiendo establecer conclusiones, de modo que, a largo plazo, los alumnos dispongan de una red de relaciones que facilite el aprendizaje de otros conocimientos, entre ellos, nuevos cálculos. En 1er año/grado este trabajo se centra en pensar, por ejemplo, cómo cambia un número cuando se le suma o se le resta 1 o 10 apoyándose en el estudio de las regularidades de la serie numérica, cómo cambian dos sumandos que tienen por resultado un mismo número como el 10, o cómo se modifica el resultado si en una suma se cambia un sumando por el número siguiente. Dado que en 2º año/grado se continúa estudiando la serie numérica incluyendo otras regularidades, es posible profundizar el trabajo iniciado en 1º planteando, por ejemplo, cómo cambia un número al sumar o restar 100. En 2º también se puede considerar cuál es la regla que funciona en la serie de números de una tabla de multiplicar y también qué ocurre al cambiar el orden de los números en una suma y en una resta. En 3º se avanza trabajando en el mismo sentido con los cálculos, como las sumas y restas de centenas, y relacionando las distintas tablas de multiplicar entre sí.

Al hablar de **tratamiento de la información**, nos referimos a un trabajo específico que permita a los alumnos desplegar ciertas capacidades, como interpretar la información que se presenta en diferentes portadores (enunciados, gráficos, tablas, etc.), seleccionar y organizar la información necesaria para responder preguntas, diferenciar datos de incógnitas, clasificar los datos, planificar una estrategia de resolución, anticipar resultados, etc. Para ello, es oportuno formular preguntas que involucren el uso de sólo algunos datos o que necesiten incluir datos que deberán investigarse pues no están presentes, que tengan una, muchas o ninguna respuesta e, incluso, alguna que se responda sólo identificando parte de la información presente.

La lectura y organización de la información y la recolección y organización de la información obtenida puede iniciarse en 1er año/grado con propuestas en las que la información se presente en imágenes (de un mercado, de una plaza) para luego elaborar tablas o cuadros de doble entrada, etc. El registro de los puntajes de un juego es un momento propicio para reflexionar acerca de cómo organizar una información para que pueda ser entendida por todos con cierta rapidez. En 2º y 3er años/grados continuaremos con lo iniciado en 1º y avanzaremos con situaciones que requieran la interpretación de mayor cantidad de datos contenidos en soportes, como en un gráfico de barras, proponiendo “leer” la información contenida y estableciendo relaciones entre las diferentes magnitudes involucradas.

En el Eje “Geometría y Medida” incluimos el estudio del **espacio**. Los niños construyen, desde pequeños, un conjunto de referencias espaciales mediante la manipulación de objetos y de su progresiva posibilidad de moverse y explorar espacios de diferentes tamaños. Esas referencias espaciales se articulan progresivamente en un sistema que permite ubicar los objetos en el espacio sensible.

Es por eso que en el Primer Ciclo planteamos problemas que ponen en conflicto la referencia inicial del propio cuerpo y que demuestran la insuficiencia de estructurar el espacio sin otros referentes, permitiendo avanzar en la construcción de nuevas referencias que articulen tanto la posición de los sujetos como la de los objetos. Para resolver los problemas, los niños tendrán que describir e interpretar relaciones que les permitan ubicar posiciones, realizar recorridos y comenzar a conocer el espacio representado en diferentes croquis y planos.

En paralelo con el estudio del espacio, se estudian las **formas** de dos y tres dimensiones. Para ello, es posible comenzar a trabajar con las **figuras** y los **cuerpos** sin relacionarlos necesariamente con objetos del mundo sensible. Entre los problemas que pueden presentarse, son fundamentales aquellos en los que los niños deben describir una forma y los que apuntan a la copia, el dibujo, la construcción de una figura o el armado de un cuerpo.

La diferencia en los problemas de descripción a lo largo del ciclo estará dada por las propiedades de las figuras que se incluyan: bordes rectos o curvos, número de lados y de vértices, y ángulos rectos o no, para el caso de las figuras; superficies curvas o planas, número y forma de las caras para el caso de los cuerpos.

En los problemas de copia, dibujo o construcción, la diferencia estará dada no sólo por las propiedades de las figuras sino también por el tipo de papel con que se trabaje, los instrumentos de geometría que se usen y los datos que se den sobre la figura a construir.

En todos los casos, habrá que tener en cuenta diferentes conjuntos de figuras en función de las actividades que se propongan. Al resolver estos problemas, los alumnos irán construyendo algunas propiedades de esas figuras y cuerpos, y apropiándose de un vocabulario específico.

En relación con la noción de **medida**, en el Primer Ciclo las actividades que se desarrollan apuntan a considerar diversas situaciones en las que medir resulte absolutamente necesario. Se trata de introducir a los niños en esta problemática, provocar algunas conversaciones para que expresen sus ideas y ponerlas en discusión. De esta manera, planteamos algunos problemas que permiten a los alumnos construir el sentido de esta práctica social al variar los contextos en los que se requiera la medición y analizando el proceso de medir.

En 1er año/grado, los niños se iniciarán en la medición de longitudes, capacidades y pesos, y en el uso del calendario para ubicarse en el tiempo. En 2º, resolverán problemas con el objetivo de conocer las unidades convencionales más usuales: el metro, el centímetro, el litro, el kilogramo y el gramo, realizando mediciones y estimaciones de las magnitudes mencionadas en objetos de su entorno y discutiendo la forma de escribir la medida. En 3º se avanzará respecto de 2º mediante la inclusión de unidades que sean mitades y cuartas partes de las unidades más usuales.

También, en relación con los conocimientos incluidos en este Eje, se podrá realizar un trabajo de tratamiento de la información, planteando problemas con datos presentados de diferentes formas: en un gráfico, a partir de instrucciones ordenadas, con un enunciado que describe características de las figuras, de las relaciones o de las cantidades, etc. Asimismo, convendrá que la respuesta involucre una, muchas o ninguna solución e, incluso, que alguna se responda sólo identificando determinada información presente.